Rotação de tarefas em linhas de produção com trabalhadores deficientes.

Alysson M. Costa[1], Cristóbal Miralles [2]

[1] *Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - Universidade de São Paulo*
[2] *ROGLE - Dpto. Organización de Empresas - Universidad Politécnica de Valencia*
alysson@icmc.usp.br, cmiralles@omp.upv.es

Resumo

Neste trabalho estudamos como programar a rotação de tarefas no Problema de Balanceamento e Designação de Trabalhadores em Linhas de Produção, conhecido na literatura como ALWABP (do inglês: Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem). Este problema e típico de linhas de produção com trabalhadores deficientes, onde os tempos de execução de cada tarefa são diferentes para cada trabalhador. A rotação de tarefas pode trazer benefícios em termos dos níveis de motivação dos trabalhadores, bem como ajudar a combater certas doenças do trabalho. Em particular, no caso dos trabalhadores deficientes, a rotação pode ainda ter um caráter terapêutico, já que expõe os trabalhadores a novos desafios e treinamentos. Neste trabalho, propomos uma métrica e uma formulação linear inteira mista, além de um método de decomposição heurístico para resolução deste novo problema de rotação de tarefas, ainda inédito na literatura. Testes computacionais indicam que o método proposto é eficiente, tanto em termos da qualidade das soluções propostas, como no tocante aos tempos computacionais necessários para obtê-las.
Palavras-chave: Linhas de produção, trabalhadores deficientes, rotação de tarefas.

Abstract

We consider the problem of job rotation in the ALWABP (Assembly Line Worker and Balancing Problem). This is a typical problem in production lines of sheltered work centers for disabled where each task time is different for every worker. Job rotation in assembly lines can present a series of advantages, including an increase in workers motivation and a reduction in job-related illness. In the context of assembly lines with disabled workers, there is also a therapeutical advantage of doing job rotation, since it exposes the workers to new (defying and training) tasks. In this article, we propose a metric along with a linear mixed-integer formulation and a decomposition heuristic method for the resolution of this new job rotation problem. Computational results show the efficacy of the proposed heuristics.
Keywords: Assembly lines, disabled workers, job rotation.

1 Introdução

A Organização Mundial da Saúde (OMS) estima em 10% a porcentagem da população mundial que é portadora de algum tipo de deficiência. No Brasil, segundo dados do Censo 2000, a proporção de deficientes é ainda maior, chegando a 24,6 milhões de pessoas em um universo total de menos de 170 milhões.

Dos cerca de 610 milhões de pessoas com deficiência no mundo, estima-se que 386 milhões estejam em idade ativa. Destes, uma pequena fração exerce alguma atividade produtiva, sendo que há uma enorme disparidade entre os valores das taxas de desemprego entre pessoas com deficiências, segundo o país considerado. Enquanto no Reino Unido, por exemplo, a taxa de desemprego de pessoas com deficiência é de 13% (segundo a OMS), no Brasil, esta taxa certamente é maior. De fato, uma pesquisa da Secretaria do Trabalho do Município de São Paulo obteve cifras de quase 90% de desemprego entre deficientes, quando analisado o caso deste município (SERPRO 2004). Estas grandes variações apenas confirmam que a não-presença do deficiente no mercado de trabalho está mais ligada a fatores políticos e sociais do que a uma suposta incapacidade deste de desenvolver alguma atividade produtiva.

Diante destes dados pouco animadores, diversas tentativas de inclusão vêm sendo efetuadas para tentar melhorar a integração destes cidadãos à sociedade. No tocante às atividades produtivas, em particular, a lei de número 8.213, de 24 de julho de 1991, obriga empresas de 100 ou mais empregados a preencher de dois a cinco por cento dos seus cargos com pessoas portadoras de deficiência. Jaime & Carmo (2005) mencionam as enormes dificuldades em se fazer cumprir a lei, devido, sobretudo, à falta de informação e ao preconceito ainda existentes. Como forma de facilitar a inclusão destes trabalhadores no mercado de trabalho, alguns países adotam a estratégia de criar Centros de Trabalho para Deficientes (CTD's). Estes centros funcionam como uma primeira etapa na integração destas pessoas que, eventualmente, serão absorvidas pelo mercado *normal* de trabalho.

A vantagem dos CTD's é que, apesar de concorrerem normalmente no mercado, eles são organizações sem fim lucrativos. Com isso, pode-se pensar não apenas na maximização da produção, mas também no oferecimento de empregos para o maior número possível de pessoas e na distribuição das tarefas às pessoas de modo que outros objetivos, além da maximização da produção, sejam atendidos. Neste sentido, analisamos a rotação de tarefas em linhas de produção existentes em CTD's. Os benefícios da rotação de tarefas são conhecidos, por exemplo, em termos de aumento da motivação e sobretudo da qualificação dos empregados (Eriksson & Ortega 2006). No caso de trabalhadores portadores de deficiências, o fator qualificação assume uma dimensão especial. De fato, a rotação de tarefas pode assumir um caráter de treinamento e mesmo terapêutico, à medida que leva o trabalhador a executar tarefas diferentes que, possivelmente, envolvem novas capacidades e aprendizados.

Neste trabalho propomos uma métrica para a eficiência de um planejamento de tarefas com rotação de trabalhos em CTD's. Esta métrica, que maximiza o número de tarefas diferentes executada por cada trabalhador dentro de um período completo de rotação, é acompanhada por uma formulação linear inteira-mista do problema que estende a formulação para o caso simples de maximização da produção proposto por Miralles et al. (2007). Baseado na formulação matemática, propomos um método heurístico de decomposição para a resolução dos problemas com um ganho considerável de tempo computacional.

O artigo está organizado da seguinte maneira: na seção seguinte apresentamos uma breve revisão bibliográfica do problema. Em seguida, na Seção 3, a formulação de Miralles et al. (2007) e a extensão proposta são detalhadas. Na Seção 4, um método de decomposição para resolução do problema é apresentado. Em seguida, os resultados de testes computacionais que avaliam a eficácia do método proposto são expostos e analisados. Encerramos o artigo com breves conclusões e propostas de trabalhos futuros na Seção 6.

2 Revisão bibliográfica

Em uma linha de produção, há uma lista de tarefas que devem ser executadas para a montagem do produto final. Evidentemente, certas tarefas só podem ser executadas depois que outras o foram,

estabelecendo assim uma série de restrições de precedência. O problema fundamental de otimização, neste caso, é a designação das tarefas a estações de trabalho ordenadas. Este caso simples é conhecido como o Problema Simples de Balanceamento da Linha de Produção (SALBP, do inglês: *Single Assembly Line Balancing Problem*). Quando se deseja minimizar o número de estações, o problema é chamado de SALBP-1 e quando o objetivo é a minimização do tempo de ciclo, o problema é chamado de SALBP-2. Uma revisão clássica de métodos exatos para este problema é apresentada por Baybars (1986). Bem mais recentemente, métodos exatos e heurísticos foram catalogados por Scholl & Becker (2006).

Note que no SALBP, cada funcionário é igualmente eficiente na execução de cada tarefa e, por este motivo, O SALBP não é adequado para descrever o problema da determinação de linhas de produção em CTD's, onde cada trabalhador tem eficiências diferentes e dependentes da tarefa executada. A questão das diferentes performances dos trabalhadores é estudada por Mansoor (1968). Neste trabalho, o autor considera diferentes *níveis* de performance entre os trabalhadores e propõe uma heurística de resolução. Bartholdi & Eisensteein (1996) consideram o caso de trabalhadores com velocidades diferentes, mas em um tipo particular de linha, a Toyota Swen System. Em linhas de produção gerais, Hopp et al. (2004) e Gel et al. (2002) estudam o caso onde há dois tipos de trabalhadores, rápidos ou lentos.

Outros estudos que consideram velocidades variáveis são os que lidam com a instalação de máquinas. Máquinas diferentes podem efetuar tarefas diferentes a distintas velocidades. Quando a decisão sobre a seleção de equipamentos é combinada com a questão de balanceamento da rede, tem-se o problema conhecido como Problema de Projeto da Linha de Produção (ALDP, do inglês: Assembly Line Design Problem). Uma revisão de métodos de otimização para o ALDP pode ser encontrado em (Rekiek et al. 2002). Apesar de lidar com tempos de execução diferentes, o ALDP é diferente do problema enfrentado nos CTD's. Por um lado, em CTD's não se deseja minimizar o custo de máquinas a serem instaladas mas, ao contrário, desejaria-se empregar o maior número de funcionários quanto possível. Mais importante, no caso dos CTD's, cada funcionário é único e pode ser alocado uma única vez, ao contrário do caso onde se lida com máquinas, quando vários equipamentos iguais podem ser adquiridos.

Ao nosso conhecimento, apenas muito recentemente o problema encontrado nos CTD's começou a ser tratado na literatura. Miralles et al. (2007, 2008) introduzem o problema de designação de trabalhadores em CTD's e o nomeiam de Problema de Balanceamento e Designação de Trabalhadores em Linhas de Produção (ALWABP, do inglês: Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem). Nestes trabalhos, são considerados tempos diferentes para cada par (trabalhador,tarefa) e não apenas níveis de performance entre os trabalhadores. Analogamente ao SALBP, quando se deseja minimizar o número de estações, o problema é chamado de ALWABP-1 e quando o objetivo é a minimização do tempo de ciclo, o problema é chamado de ALWABP-2, sendo esta ultima a situação mais comum em CTD's. Por este motivo, em (Miralles et al. 2007), os autores apresentam uma formulação matemática e um estudo de caso para o ALWABP-2 em um CTD espanhol, enquanto em (Miralles et al. 2008), eles desenvolvem um algoritmo de *B*ranch-and-Bound para o mesmo problema. Adicionalmente, Miralles et al. (2005) estendem a formulação do ALWABP usada nestes dois trabalhos para lidar com o caso de linhas de produção em U. Em todos os casos os autores consideram o problema da rotação de tarefas como uma linha futura de pesquisa, originando a motivação para o trabalho aqui apresentado.

No caso mais simplista do SALBP, com tempos de operação iguais para todos os operários, programar a rotação de tarefas já é um problema de grande complexidade, podendo ser de difícil resolução mesmo para problemas de tamanho moderado (Carnahan et al. 2000) e ainda que apenas o caso do problema de designação linear seja considerado (Butkovič & Lewis 2007). Por este motivo, diversas técnicas heurísticas são propostas para a obtenção de soluções de boa qualidade. Carnahan et al. (2000) lidaram com o problema de rotação de tarefas para minimizar a realização, por um mesmo trabalhador, de tarefas extenuantes. Soluções foram obtidas através de programação linear inteira (para problemas com até 128 variáveis de decisão) e algoritmos genéticos. Outras técnicas de resolução empregadas incluem simulated annealing (Seçkiner & Kurt 2007), algoritmos de otimização baseados em colônias de formigas (Seçkiner & Kurt 2008) e algoritmos gulosos com diversificação (Tharmmaphornphilas &

Norman 2007).

No caso do ALWABP a programação de rotação de tarefas é um problema ainda mais complexo. Como temos tempos heterogêneos, cada possível intercâmbio de tarefas acarreta um desequilíbrio da linha, com uma conseqüente perda de eficiência. Esta situação justifica a definição de novas métricas e objetivos, como os desenvolvidos ao longo deste trabalho. Esta nova situação justifica também a adoção de uma estratégia diferente de resolução: a rotação de tarefas é obtida através da resolução sucessiva de problemas ALWABP, com modificações apropriadas.

3 Formulações Matemáticas

Nesta seção, apresentamos uma formulação linear inteira-mista para a consideração do problema de rotação de tarefas em linhas de produção em CTD's. A formulação proposta é uma extensão da formulação de Miralles et al. (2007) para o ALWABP, apresentada na sequência:

$$\text{Min } C \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{w\in W}\sum_{s\in S} x_{swi} = 1, \qquad \forall i \in N, \tag{2}$$

$$\sum_{s\in S} y_{sw} \leq 1 \qquad \forall w \in W, \tag{3}$$

$$\sum_{w\in W} y_{sw} \leq 1 \qquad \forall s \in S, \tag{4}$$

$$\sum_{w\in W}\sum_{s\in S} s \cdot x_{swi} \leq \sum_{w\in W}\sum_{s\in S} s \cdot x_{swj} \qquad \forall i,j \in D_j, \tag{5}$$

$$\sum_{i\in N} p_{wi} \cdot x_{swi} \leq C \qquad \forall w \in W, \forall s \in S, \tag{6}$$

$$\sum_{i\in N} x_{swi} \leq M y_{sw} \qquad \forall w \in W, \forall s \in S, \tag{7}$$

$$y_{sw} \in \{0,1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \tag{8}$$

$$x_{swi} \in \{0,1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N. \tag{9}$$

Onde,

- i,j tarefa,
- w trabalhador,
- s estação de trabalho,
- N conjunto das tarefas,
- W conjunto dos trabalhadores,
- S conjunto dos estações de trabalho,
- A designações *a priori* de tarefas a trabalhadores,
- Z designações *a priori* de estações de trabalho a trabalhadores,
- C tempo de ciclo,
- m número de estações de trabalho,
- p_{wi} tempo de processamento da tarefa i quando executada pelo trabalhador w,
- D_j conjunto de tarefas imediatamente precedentes à tarefa j no grafo de precedência,
- x_{swi} variável binária. Igual a 1 apenas se a tarefa i é alocada ao trabahador w na estação de trabalho s,
- y_{sw} variável binária. Igual a 1 apenas se o trabalhador w é alocado à estação s,
- M constante tal que $M > \sum_{w\in W}\sum_{i\in N} p_{hi}$.

O modelo (1)–(9) considera a minimização do tempo de ciclo, respeitando as características do problema. As restrições (2) garantem que cada tarefa é executada por um único trabalhador e em uma única estação de trabalho. As restrições (3) e (4) impõem que cada trabalhador é designado a uma única estação de trabalho e que cada estação contém um único trabalhador. As relações de precedência entre as tarefas são respeitadas graças às restrições (5), enquanto as restrições (6) e (7) permitem que cada trabalhador possa executar mais de uma tarefa, desde que o tempo de ciclo não seja ultrapassado.

A extensão deste modelo para o caso com rotação de tarefas passa, primeiramente, pela definição de uma função objetivo. Neste caso, devido ao fato de uma das funções dos CTD's serem a preparação dos seus funcionários para a inclusão no mercado *normal* de trabalho, objetivou-se a maximização de tarefas diferentes realizadas por cada trabalhador em um período completo de rotação. Desta maneira, cada trabalhador é defrontado com um número máximo de tarefas diferentes que possivelmente desafiam suas habilidades e servem de treinamento.

Em contra-ponto a este objetivo, exige-se que o tempo de ciclo médio do período seja limitado superiormente, ou seja, que um dado nível de eficiência produtiva seja mantida. A formulação do problema de rotação é então obtida através da repetição da formulação (1)–(9) para cada subperíodo, através da adição de um índice temporal nas variáveis x_{swi} e y_{wi}, além da inclusão de restrições de acoplamento. Novas variáveis binárias z_{wi} são introduzidas. A variável z_{wi} vale 1 se o trabalhador w executa a tarefa i em pelo menos um dos subperíodos do período completo de rotação. A nova formulação é apresentada abaixo:

$$\text{Max} \sum_{w\in W}\sum_{i\in N} z_{wi} \tag{10}$$

subject to

$$\sum_{w\in W}\sum_{s\in S} x_{swit} = 1, \qquad \forall i \in N, t \in T, \tag{11}$$

$$\sum_{s\in S} y_{swt} \leq 1 \qquad \forall w \in W, \forall t \in T, \tag{12}$$

$$\sum_{w\in W} y_{swt} \leq 1 \qquad \forall s \in S, \forall t \in T, \tag{13}$$

$$\sum_{w\in W}\sum_{s\in S} s \cdot x_{swit} \leq \sum_{w\in W}\sum_{s\in S} s \cdot x_{swjt} \qquad \forall i, j \in D_j, \forall t \in T, \tag{14}$$

$$\sum_{i\in N} p_{wi} \cdot x_{swit} \leq C_t \qquad \forall w \in W, \forall s \in S, \forall t \in T, \tag{15}$$

$$\sum_{i\in N} x_{swit} \leq M y_{swt} \qquad \forall w \in W, \forall s \in S, \forall t \in T, \tag{16}$$

$$\sum_{t\in T} C_t \leq T \cdot \underline{C}, \tag{17}$$

$$z_{wi} \leq \sum_{t\in T}\sum_{s\in S} x_{swit}, \qquad \forall w \in W, i \in N, \tag{18}$$

$$y_{swt} \in \{0,1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \tag{19}$$

$$x_{swit} \in \{0,1\} \qquad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N. \tag{20}$$

Onde,

T	número de subperíodos,
t	subperíodo de rotação,
C_t	tempo de ciclo do subperíodo t,
x_{swit}	variável binária. Igual a 1 apenas se a tarefa i é alocada ao trabahador w na estação de trabalho s no subperíodo t,
y_{swt}	variável binária. Igual a 1 apenas se o trabalhador w é alocado à estação s no subperíodo t,
z_{wi}	variável binária. Igual a 1 apenas se o trabalhador w executa a tarefa i em ao menos um dos subperíodos,
$\underline{C}$	máximo tempo de ciclo médio permitido.

A nova função objetivo (10) maximiza o número de tarefas diferentes executadas por cada trabalhador. As restrições (11)–(16) garantem que as restrições do problema original são respeitadas em cada subperíodo. Finalmente as restrições de acoplamento (17) e (18) garantem, respectivamente, que o tempo de ciclo médio da solução final não ultrapassa o valor desejado ($\underline{C}$) e que as variáveis z_{wi} realmente representam a execução (ou não) da tarefa i pelo trabalhador j.

4 Método de decomposição por períodos

Em comparação com o modelo original, (1)–(9), a nova formulação apresenta um número significantemente maior de restrições e variáveis. Conforme veremos na seção seguinte, a resolução do novo modelo torna-se impraticável já para pequenos valores de T. Esta fato motiva a resolução do novo problema através de um método aproximado.

Nesta seção, propomos um método fortemente baseado na formulação original. A idéia básica é resolver seqüencialmente problemas do tipo (1)–(9), mas com a consideração do objetivo desejado, de maximização das tarefas diferentes executadas por cada trabalhador. Isto é feito em duas etapas: primeiro resolve-se o problema original. Em seguida, para cada subperíodo subseqüente, resolve-se o problema com duas modificações: 1) altera-se a função objetivo de modo que esta contenha apenas as variáveis x_{swit} contendo os pares (w, i) que ainda não foram parte de uma solução anterior e 2) inclui-se uma restrição sobre o tempo de ciclo máximo. O Algoritmo 1 detalha o procedimento.

Algoritmo 1 : Método de decomposição aproximado por períodos

1: Resolva o problema original (1)–(9): seja $\widetilde{x}_{swi1}$ a solução ótima e $\widetilde{C_1}$ o seu custo.
2: Faça $\overline{C} = \widetilde{C_1}$
3: Faça $\overline{z}_{wi} = \sum_{s \in S} \widetilde{x}_{swi1}$
4: **para** t = 2 ... T **faça**
5: Nova função objetivo = $\sum_{s \in S} \sum_{w \in W, i \in N | \overline{z}_{wi} = 0} x_{swi}$
6: Nova restrição de decomposição: $C \leq (T \cdot \underline{C} - \overline{C})/(T - t + 1)$
7: Resolva o problema modificado: seja $\widetilde{x}_{swit}$ a solução ótima e $\widetilde{C_t}$ o seu custo.
8: $\overline{z}_{wi} = \max(\overline{z}_{wi}, \sum_{s \in S} \widetilde{x}_{swit})$
9: $\overline{C} = \overline{C} + \widetilde{C_t}$
10: **fim**
SAÍDAS: x_{swit}

A idéia fundamental do Algoritmo 1 é efetuar sucessivas otimizações, uma por período, maximizando, a cada etapa, o número de tarefas ainda não executadas por cada trabalhador. A primeira otimização maximiza o tempo de ciclo (linha 1). O acumulador $\overline{C}$ guarda a soma dos tempos de ciclos dos subperíodos anteriores, enquanto $\overline{z}_{wi}$ indica se a tarefa i já foi executada pelo trabalhador w. Estas variáveis são inicializadas nas linhas 2 e 3 e atualizadas nas linhas 8 e 9. A cada iteração, a nova função objetivo contempla apenas as variáveis x_{swit} para as quais o trabalhador w ainda não efetuou a tarefa i, ou seja, para as quais $z_{wi} = 0$ (linha 5). Também, a cada iteração, o limite sobre o tempo de ciclo é alterado: o raciocínio básico é permitir que cada subperíodo restante tenha tempos de ciclo tais que o ciclo médio do período completo seja igual ao ciclo médio desejado $\underline{C}$ (linha 6). Note que se poderia

simplesmente impor que o tempo de ciclo de cada período fosse limitado por $\underline{C}$, entretanto, a proposta do cálculo efetuado na linha 6 é aproveitar uma eventual *c*apacidade ociosa oriunda dos subperíodos já resolvidos e que apresentaram tempos de ciclo menores que a média desejada.

5 Resultados computacionais

O modelo (10)–(20) apresentado na Seção 3, bem como o método de decomposição proposto na seção anterior foram submetidos a testes computacionais para avaliação das suas eficiências e aplicabilidades. Para os testes, usamos um conjunto de instâncias geradas a partir de instâncias clássicas para o SALBP. Detalhes da geração das instâncias podem ser encontrados em (Chaves et al. 2007). Utilizamos as instâncias da família *Heskia*, que contém problemas com 28 tarefas e 4 ou 7 trabalhadores, e instâncias da família *Roszieg*, que contém problemas com 25 tarefas e 4 ou 6 trabalhadores. As instâncias da família *Roszieg*, apesar de apresentarem menos tarefas e trabalhadores, apresentam mais relações de precedência entre as tarefas. Cada família contém 80 instâncias, divididas em oito grupos que divergem quando ao número de trabalhadores, n, à variabilidade entre os tempos de execução das tarefas entre os trabalhadores, var, e à quantidade de tarefas incompatíveis com dados trabalhadores, inc. Os detalhes dos grupos de instâncias são mostrados na Tabela 1.

Grupo	n	var	inc
1	4	baixa	baixa
2	4	baixa	alta
3	4	alta	baixa
4	4	alta	alta
5	6 (Roszieg) ou 7 (Heskia)	baixa	baixa
6	6 (Roszieg) ou 7 (Heskia)	baixa	alta
7	6 (Roszieg) ou 7 (Heskia)	alta	baixa
8	6 (Roszieg) ou 7 (Heskia)	alta	alta

Tabela 1: Características dos grupos de instâncias heskia e roszieg

Para cada instância, consideramos os casos em que se estava disposto a perder 5, 10, 25 ou 50% da produtividade inicial em benefício da rotação de tarefas. Chamamos este fator de relaxação na restrição de tempo de ciclo de R, obtendo, portanto, instâncias com $R = 1.05, 1.1, 1.25e1.5$. Por exemplo, R=1.05 indica que aceitamos um tempo médio de ciclo (quando considerados todos os subperídos) $\underline{C} = 1.05 \cdot C_{opt}$, onde C_{opt} é dado pela solução do problema mono-período (1)–(9). No tocante à quantidade de subperíodos, consideramos sempre o caso onde $T = |W|$. Para efeitos de comparação do método heurístico com a solução ótima do modelo (10)–(20), consideramos também o caso $T = 2$, para o qual se consegue resolver, com o modelo multi-período, as instâncias com 4 trabalhadores. Todos os problemas lineares inteiros mistos foram resolvidos pelo pacote comercial CPLEX 11.0, em uma máquina com sistema operacional linux, processador de 2.33Ghz e memória RAM de 4Gb.

Os primeiros testes efetuados comparam os resultados da decomposição proposta no Algoritmo 1 com o modelo exato multi-período (10)–(20). Os resultados estão compilados nas Tabela 2 e 3.

A partir dos resultados compilados nas Tabelas 2 e 3, nota-se que as soluções heurísticas são de boa qualidade, estando, em média, a menos de 2.00% da solução ótima. Os resultados obtidos pelo método proposto gastam uma pequena fração do tempo necessário para se resolver o problema (10)–(20): 7.27s contra 3080.67s (para as instâncias Heskia) e 4.36s contra 310.77s (para as instâncias Roszieg). O fato das instâncias Roszieg serem mais tratáveis pela formulação multi-período está, provavelmente, ligado ao fato destas apresentarem um maior número de restrições de precedência, o que acaba por facilitar a convergência do método de Branch-and-Cut utilizado.

Para um número de subperíodos maior que dois, comparamos os valores obtidos pela heurística com o valor teórico máximo de tarefas diferentes executadas pelos trabalhadores. Como normalização para os testes efetuados, consideramos um número de subperíodos igual ao número de trabalhadores, em cada instância. Desta forma, o limite teórico de tarefas diferentes em um período completo é dado

R	Ótimo valor	Ótimo t(s)	Heurística valor (gap)	Heurística t(s)
1.05	48.80	4962.66	47.60 (2.46 %)	8.85
	47.90	959.62	47.00 (1.88 %)	4.42
	48.80	7458.58	47.10 (3.48 %)	9.57
	49.00	12985.08	47.90 (2.24 %)	10.10
1.1	51.80	4080.58	50.40 (2.70 %)	9.44
	51.90	905.09	51.00 (1.73 %)	3.93
	52.90	6447.97	51.10 (3.40 %)	10.04
	52.00	13438.47	50.40 (3.08 %)	11.05
1.25	55.30	2791.82	54.40 (1.63 %)	9.29
	55.30	262.72	54.50 (1.45 %)	3.73
	55.50	3190.82	55.10 (0.72 %)	8.30
	55.80	3570.28	54.80 (1.79 %)	8.07
1.5	55.90	119.56	55.90 (0.00 %)	5.02
	55.90	23.09	55.70 (0.36 %)	2.96
	56.00	29.65	56.00 (0.00 %)	4.95
	56.00	78.51	55.90 (0.18 %)	6.56
Média	53.05	3831.53	52.18 (1.65 %)	7.27

Tabela 2: Resultados para dois subperíodos - Instâncias Heskia, grupos 1-4.

R	Ótimo valor	Ótimo t(s)	Heurística valor (gap)	Heurística t(s)
1.05	43.20	430.91	42.40 (1.85 %)	5.06
	37.50	60.34	36.80 (1.87 %)	2.78
	43.80	1397.96	42.80 (2.28 %)	7.19
	42.60	938.49	42.00 (1.41 %)	5.38
1.1	46.00	253.54	44.80 (2.61 %)	5.11
	39.80	26.79	39.20 (1.51 %)	2.68
	48.50	941.58	46.70 (3.71 %)	6.54
	47.60	449.73	46.60 (2.10 %)	4.60
1.25	49.50	128.33	48.20 (2.63 %)	4.36
	44.30	22.95	43.00 (2.93 %)	2.70
	49.90	137.02	49.30 (1.20 %)	4.74
	49.40	71.94	49.30 (0.20 %)	4.06
1.5	50.00	29.08	49.60 (0.80 %)	4.03
	47.40	33.05	46.10 (2.74 %)	2.42
	50.00	16.28	50.00 (0.00 %)	4.39
	49.90	34.36	49.50 (0.80 %)	3.75
Média	46.21	310.77	45.39 (1.77 %)	4.36

Tabela 3: Resultados para dois subperíodos - Instâncias Roszieg, grupos 1-4.

por $T \cdot |N| - I$, onde T é o número de subperíodos considerados, $|N|$ o número de tarefas e I o número de incompatibilidades trabalhador $\times$ tarefa. Em outras palavras, o limite superior é dado pela situação onde cada tarefa é executada por um trabalhador diferente a cada subperíodo (descontadas as incompatibilidades). Este limitante é mostrado nas tabelas 4 e 5 na coluna "Lim. Superior". As tabelas apresentam ainda os valores obtidos pela heurística para diferentes valores do parâmetro de relaxação da restrição do tempo de ciclo, R.

Os valores das Tabelas 4 e 5 confirmam os resultados esperados de que, a medida que a restrição sobre o tempo de ciclo é mais fortemente relaxada, cada trabalhador passa a executar mais tarefas diferentes, em média. Obviamente, a escolha da relaxação adequada pode depender das restrições temporais de produção do CTD considerado. Assim, em uma semana (ou mês) com forte demanda, pode-se optar por soluções com baixo R, e usar períodos com menor demanda como o momento de se incentivar o desenvolvimento pessoal dos trabalhadores, utilizando-se as soluções obtidas para valores altos de R.

Grupo	No. Trab.	T	Lim. Superior	R=1.05 Sol	R=1.05 t(s)	R=1.1 Sol	R=1.1 t(s)	R=1.25 Sol	R=1.25 t(s)	R=1.5 Sol	R=1.5 t(s)
1	4	4	102.60	65.30	14.74	74.60	18.32	86.00	18.35	93.50	12.08
2	4	4	93.20	61.70	8.39	69.60	9.05	81.40	8.99	85.80	7.06
3	4	4	101.90	64.60	18.21	73.80	20.79	87.00	20.67	95.90	12.54
4	4	4	101.30	65.80	19.29	74.10	19.88	87.30	20.56	95.30	11.78
5	7	7	174.50	87.20	253.50	99.60	336.02	122.70	590.63	141.40	829.04
6	7	7	164.00	103.40	442.70	112.00	681.55	123.70	788.20	135.80	666.90
7	7	7	175.90	110.20	320.45	120.60	441.87	136.70	778.11	149.90	902.23
8	7	7	175.40	96.90	380.18	112.20	592.42	130.00	890.82	147.50	1329.80

Tabela 4: Resultados heurísticos para instâncias Heskia.

É interessante notar, entretanto, que mesmo para valores baixos do parâmetro R, consegue-se uma programação da rotação que adiciona um número significativo de novas tarefas diferentes àquelas já executadas pelos trabalhadores na solução ótima de (1)–(9).

Finalmente, como comentário final, notamos que os tempos para obtenção das soluções com este método heurístico são baixos mesmo para situações com um número maior de trabalhadores na linha (6

Grupo	No. Trab.	T	Lim. Superior	R=1.05		R=1.1		R=1.25		R=1.5	
				Sol	t(s)	Sol	t(s)	Sol	t(s)	Sol	t(s)
1	4	4	89.50	55.40	8.04	61.10	8.34	73.70	8.21	79.00	7.25
2	4	4	82.40	44.70	4.20	48.60	4.33	61.70	4.23	68.00	4.25
3	4	4	92.50	58.20	11.48	68.60	11.43	78.80	9.41	86.00	6.72
4	4	4	89.70	57.40	9.50	67.80	8.89	78.60	7.11	81.50	6.16
5	6	6	134.60	79.90	373.58	90.40	422.95	113.40	418.52	126.30	300.37
6	6	6	128.50	67.60	170.43	80.50	182.19	99.30	186.59	111.30	171.02
7	6	6	135.30	79.10	307.12	92.50	425.65	115.80	440.15	129.50	277.54
8	6	6	136.60	73.00	304.76	89.20	380.92	114.30	495.66	129.00	285.56

Tabela 5: Resultados heurísticos para instâncias Roszieg.

ou 7). Obviamente, por ser um método que se baseia na resolução de problemas lineares inteiros mistos, eventualmente, com o crescimento das instâncias, ele deixará de ser eficiente. Este comentário motiva estudos de outros métodos de obtenção de soluções para estes problemas de rotação de trabalhadores.

6 Conclusões

Neste trabalho estudamos como programar a rotação de tarefas no Problema de Balanceamento e Designação de Trabalhadores em Linhas de Produção, conhecido na literatura como ALWABP (do inglês: Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem). Este problema é típico de linhas de produção com trabalhadores deficientes, onde os tempos de execução de cada tarefa são diferentes, segundo o trabalhador considerado. Devido a esta alta heterogeneidade, a rotação de tarefas neste tipo de linhas é um problema de grande complexidade, onde cada possível intercâmbio de tarefas acarreta um possível desequilíbrio da linha e uma conseqüente perda de eficiência. Este é um problema ainda não estudado na literatura, motivo pelo qual o primeiro objetivo deste trabalho foi o estabelecimento de uma métrica para o problema, bem como uma formulação linear inteira mista. Ademais, propusemos um método heurístico de decomposição que se mostrou eficiente, tanto em termos da qualidade das soluções obtidas como no tocante ao tempo computacional exigido para obtê-las. Trabalhos futuros incluem o desenvolvimento de métodos totalmente independentes da resolução de problemas lineares inteiro mistos, além da integração do método em um pacote que permita testes e aplicações em casos reais.

7 Agradecimentos

Este trabalho foi desenvolvido com ajuda do projeto TRENCADIS (GVA 2007-241) do Governo Regional Valenciano - Espanha. Os autores também agradecem ao Centro de Trabalho para Deficientes envolvido neste projeto, por sua colaboração.

Referências

Bartholdi, J. & Eisensteein, D. (1996). A production line that balances itself, *Operations Research* **44**: 2133.

Baybars, I. (1986). A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem, *Management Science* **32**: 909–932.

Butkovič, P. & Lewis, S. (2007). On the job rotation problem, *Discrete Optimization* **4**: 163–174.

Carnahan, B. J., Redfern, M. S. & Norman, B. (2000). Designing safe job rotation schedules using optimization and heuristic search, *Ergonomics* **43**: 543–560.

Chaves, A. A., Miralles, C. & Lorena, L. A. N. (2007). Clustering search approach for the assembly line worker assignment and balancing problem, Proceedings of the 37th International Conference on Computers and Industrial Engineering, Alexandria, Egypt, : 1469 –1478.

Eriksson, T. & Ortega, J. (2006). The adoption of job rotation: testing the theories, *Industrial and labor relations review* **59**: 653–665.

Gel, E., Hopp, W. & Van Oyen, M. (2002). Factors affecting opportunity of worksharing as a dynamic line balancing mechanism, *IIE Transactions* **34**: 847–863.

Hopp, W., Tekin, E. & Van Oyen, M. (2004). Benefits of skill chaining in serial production lines with cross-trained workers, *Management Science* **50**: 83–98.

Jaime, L. R. & Carmo, J. C. (2005). *A inserção da pessoa com deficiência no mundo do trabalho: o resgate de um direito de cidadania*, Editora dos autores, São Paulo.

Mansoor, E. (1968). Assembly line balancing: a heuristic algorithm for variable operator performance levels, *Journal of Industrial Engineering* **19**: 618–629.

Miralles, C., Garcia-Sabater, J. P. & Andres, C. (2005). Application of U-lines principles to the assembly line worker assignment and balancing problem (UALWABP). A model and a solving procedure, Proceedings of the Operational Research Peripatetic Postgraduate Programme International Conference (ORP3), Valencia, Spain.

Miralles, C., Garcia-Sabater, J. P., Andres, C. & Cardos, M. (2007). Advantages of assembly lines in sheltered work centres for disabled. a case study, *International Journal of Production Economics* **110**: 187–197.

Miralles, C., Garcia-Sabater, J. P., Andres, C. & Cardos, M. (2008). Branch and bound procedures for solving the assembly line worker assignment and balancing problem: Application to sheltered work centres for disabled, *Discrete Applied Mathematics* **156**: 352–367.

Rekiek, B., Dolgui, A., Delchambre, A. & Bratcu, A. (2002). State of art of optimization methods for assembly line design, *Annual Reviews in Control* **26**: 163–174.

Scholl, A. & Becker, C. (2006). State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing, *European Journal of Operational Research* **168**: 666–693.

Seçkiner, S. U. & Kurt, M. (2007). A simulated annealing approach to the solution of job rotation scheduling problems, *Applied Mathematics and Computation* **188**: 31–45.

Seçkiner, S. U. & Kurt, M. (2008). Ant colony optimization for the job rotation scheduling problem, *Applied Mathematics and Computation* (forthcoming) .

SERPRO (2004). http://www.serpro.gov.br/noticias-antigas/noticias-2004/20041221_02 (Consultado em 23 de Junho de 2008).

Tharmmaphornphilas, W. & Norman, B. A. (2007). A methodology to create robust job rotation schedules, *Annals of Operations Research* **155**: 339–360.