BALANCEANDO LINHAS DE PRODUÇÃO COM TRABALHADORES DEFICIENTES E ESTAÇÕES PARALELAS

Felipe F. B. Araújo[1], Alysson M. Costa[1], Cristóbal Miralles[2]

[1] Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação. Universidade de São Paulo

[2] ROGLE – Dpto. Organización de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia

felipefb@icmc.usp.br, alysson@icmc.usp.br, cmiralles@omp.upv.es

Resumo

O problema de balanceamento de linhas de produção e designação de trabalhadores é uma extensão do problema simples de balanceamento de linhas onde os tempos de execução de tarefas são dependentes dos trabalhadores. Este problema tem sua motivação prática oriunda de linhas de produção com trabalhadores deficientes. Neste trabalho, estendemos uma formulação conhecida do problema para lidar com a possibilidade de trabalhadores heterogêneos em paralelo no mesmo estagio. Testes computacionais em instâncias da literatura e uma breve análise dos resultados são apresentados.

Palavras-chave:

Linhas de produção, máquinas paralelas, formulação, programação matemática

1 INTRODUÇÃO

A Organização Mundial de Saúde estima que 650 milhões de pessoas no mundo possuem algum tipo de deficiência. Segundo o Censo Demográfico 2000, no Brasil este número chega a 24,5 milhões de pessoas, o que corresponde a cerca de 14,5% da população brasileira. Destes, apenas 537 mil estão no mercado formal de trabalho, representando 2,05% do total de empregados [1]. Buscando integrar estes trabalhadores ao mercado de trabalho, alguns países criaram Centros de Trabalho para Deficientes (CTD's), organizações que oferecem emprego para estes trabalhadores, muitas vezes em linha de montagem terceirizadas de grandes empresas.

O problema de planejamento de linhas de produção em CTD's constitui um desafio na medida em que as especificidades de cada trabalhador precisam ser consideradas. Este problema é conhecido na literatura como problema de balanceamento e designação de trabalhadores em linhas de produção (ALWABP, do inglês *assembly line and worker assignment balancing problem*).

Neste artigo, propomos um modelo linear inteiro misto para o ALWABP que estende a formulação proposta por Miralles et al. [2] no sentido em que permite o projeto de linhas com trabalhadores em paralelo, executando o mesmo subconjunto de tarefas. Este tipo de layout pode ser muito interessante no contexto de CTD's, onde se deseja empregar o maior número de trabalhadores, aceitando-se trabalhadores com diferentes graus de habilidade. Com um layout que permita trabalhadores em paralelo, um trabalhador muito lento pode, eventualmente, ser alocado junto a um trabalhador mais eficiente, permitindo portanto a participação deste trabalhador sem que para isso seja necessário afetar de maneira drástica a performance da linha.

O restante deste artigo está dividido da seguinte forma: na Seção 2 apresentamos uma breve revisão bibliográfica para o problema. Na Seção 3 o ALWABP é descrito e uma formulação para problema que permite o uso de estações paralelas é apresentada. Na Seção 4 apresentamos os resultados obtidos com os testes realizados. Por fim, a Seção 5 apresenta algumas conclusões, bem como propostas de trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O ALWABP foi introduzido por Miralles et al. [2] através de um estudo de caso em um CTD espanhol. Neste trabalho foi também apresentado um modelo matemático para o problema. Devido à dificuldade de resolução exata do ALWABP, trabalhos subsequentes da literatura enfocaram métodos metaheurísticos como Clustering Search [3] e Busca Tabu [4]. Variações do problema como o estudo de rotação de tarefas em CTDs também tem sido tema de investigação [5].

No que se refere ao uso de máquinas paralelas em linhas de produção, uma série de trabalhos têm enfocado o planejamento de linhas simples ou multi-modelo utilizando este tipo de layout. Para o problema de balanceamento de linhas de produção simples (SALBP, do inglês *simple assembly line balancing problem*) considerando possibilidade de layouts com máquinas paralelas, Süer [6] propõe um método de resolução em três fases enquanto Bukchin e Rubinovitz [7] apresentam duas formulações matemáticas que levam em conta também a seleção de equipamentos: a primeira formulação objetiva a minimização do número de estações, enquanto que a segunda minimiza o custo total de planejamento da linha. Boysen e Fliedner [8] apresentam um algoritmo gráfico de duas fases que pode ser adaptado para trabalhar com estações e tarefas paralelas. Becker e Scholl [9] abordam um problema de linha de montagem que se assemelha ao uso de estações de trabalho paralelas em que as tarefas não se duplicam: elas são divididas entre os diferentes trabalhadores de uma mesma estação. Eles definem e modelam este novo problema e também propõem um algoritmo branch and bound. Tiacci e Saetta [10] apresentam um simulador orientado a processo capaz de trabalhar com estações paralelas. Finalmente, Ege et al. [11] propõem dois métodos baseados na estratégia de *branch and bound* para resolução do problema, um exato e um heurístico. Já para o problema de balanceamento de linhas multi-modelo (MALBP, do inglês *mixed assembly line balancing problem*), McMullen e Frazier [12] descrevem uma heurística para resolução do problema com tempos de tarefas estocásticos e estações paralelas

enquanto Simaria e Vilarinho [13] definem um modelo matemático e um algoritmo genético iterativo para o problema.

Apesar do aparente grande interesse da literatura pelo ALWABP e também pelos SALBP e MALBP com estações em paralelo, ao nosso conhecimento, nenhum desenvolvimento foi proposto para o ALWABP com esta possibilidade de layout. Esta é a principal motivação deste trabalho.

3 FORMULAÇÃO PARA O ALWABP COM TRABALHADORES EM PARALELO

Uma linha de montagem é constituída de um conjunto finito e conhecido de tarefas e um conjunto de estações nas quais estas tarefas devem ser executadas. Cada tarefa possui um tempo de processamento e um conjunto de relações de precedência. O tempo de ciclo da linha de produção é dado pelo tempo do estágio mais lento, sendo que o tempo de um estágio corresponde ao somatório dos tempos das tarefas a ele atribuídas. O SALBP consiste em encontrar uma configuração da linha de produção que obedeça as relações de precedência e otimize certa característica do problema. Podemos desejar minimizar o número de estações (SALBP-1), o tempo de ciclo (SALBP-2), o produto de ambos (SALBP-E) ou apenas encontrar uma solução viável dados o tempo de ciclo e o número de estações (SALBP-F).

No caso do ALWABP os tempos de execução das tarefas podem ser diferentes para cada trabalhador. Além disso, existem algumas tarefas que alguns trabalhadores não podem executar. Uma formulação matemática para o ALWABP pode ser encontrada em [2]. No que segue, propomos uma extensão desta formulação para o caso em que vários trabalhadores podem ser postos em paralelo. Tal modificação introduz uma flexibilidade que faz com que soluções mais eficientes possam ser encontradas, em particular no caso do ALWABP em que trabalhadores com tempos de execução de tarefas bem diferentes podem estar presentes.

Chamamos de estágio uma estação ou conjunto de estações de trabalho. Caso o estágio seja constituído por apenas uma estação, seu tempo de ciclo é dado pelo somatório dos tempos das tarefas do trabalhador a ela designado. Caso contrário, o tempo de ciclo do estágio é dado por uma composição dos tempos dos trabalhadores envolvidos de uma forma não linear. De fato, pode-se dizer que a taxa de produção associada a um trabalhador é o inverso do seu tempo de execução para as tarefas alocadas a ele. A taxa de produção de um estágio é a soma das taxas de produção dos trabalhadores daquele estágio. Logo, o cálculo do tempo de execução em um dado estágio é dado pelo inverso da soma dos inversos dos tempos de execução de cada trabalhador envolvido. Com a notação abaixo:

N Conjunto de tarefas;

W Conjunto de trabalhadores;

S Conjunto de estágios;

D_j Conjunto de tarefas imediatamente predecessoras à tarefa *j* no grafo de precedência;

I_w Conjunto de tarefas que o trabalhador *w* não é capaz de executar;

K_{Max} Número máximo de trabalhadores em paralelo em um dado estágio;

p_{wi} Tempo de execução da tarefa *i* pelo trabalhador *w;*

M Constante tal que $M \geq \sum_{w \in W} \frac{1}{min\ p_{wi}}$, isto é, a maior taxa de produção possível, equivalente à soma dos inversos dos tempos das tarefas mais rápidas de cada trabalhador;

E as variáveis:

r_{is} Variável binária. Igual a 1 se a tarefa *i* é executada no estágio *s*, igual a 0 caso contrário;

z_{sk} Variável binária. Igual a 1 se o estágio *s* possui *k* trabalhadores em paralelo, igual a 0 caso contrário;

y_{sw} Variável binária. Igual a 1 se o trabalhador *w* está no estágio *s*, igual a 0 caso contrário;

x_{swi} Variável binária. Igual a 1 se a tarefa *i* é executada no estágio *s* pelo trabalhador w, igual a 0 caso contrário;

T Taxa de produção da linha;

t_{sw} Taxa de produção do trabalhador *w* no estágio *s*;

v_{swi} Variável auxiliar que assume a frequência de produção do trabalhador *w* no estágio *s* caso a tarefa *i* seja executada neste estágio por este trabalhador e 0 caso contrário.

Pode-se apresentar um modelo linear para o ALWABP com estações paralelas como:

$$\text{Max } T \tag{1}$$

Sujeito a:

$$\sum_{s \in S} s\, r_{is} \geq \sum_{s \in S} s\, r_{js} \quad \forall i, j \in N \vee i \in D_j \tag{2}$$

$$\sum_{w \in W} x_{swi} \geq k(r_{is} + z_{sk} - 1) \quad \forall s \in S, \forall k \in [0, K_{Max}], \forall i \in N \tag{3}$$

$$x_{swi} \leq r_{is} \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{4}$$

$$\sum_{k=0}^{K_{Max}} z_{sk} = 1 \quad \forall s \in S \tag{5}$$

$$\sum_{w \in W} y_{sw} = \sum_{k=0}^{K_{Max}} k\, z_{sk} \quad \forall s \in S \tag{6}$$

$$\sum_{s \in S} y_{sw} = 1 \quad \forall w \in W \tag{7}$$

$$\sum_{s \in S} r_{is} = 1 \quad \forall i \in N \tag{8}$$

$$x_{swi} \leq y_{sw} \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{9}$$

$$x_{swi} = 0 \quad \forall w \in W, \forall s \in S, \forall i \in I_w \tag{10}$$

$$\sum_{i \in N} p_{wi}\, v_{swi} = y_{sw} \quad \forall w \in W, \forall s \in S \tag{11}$$

$$v_{swi} \leq M\, x_{swi} \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{12}$$

$$\sum_{w \in W} t_{sw} \geq T - M\, z_{s0} \quad \forall s \in S \tag{13}$$

$$v_{swi} \geq t_{sw} - M(1 - x_{swi}) \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{14}$$

$$v_{swi} \leq M\, x_{swi} \quad \forall s \in S, \forall w \in W, \forall i \in N \tag{15}$$

A função objetivo (1) maximiza a taxa de produção da linha, o que é equivalente a minimizar o tempo de ciclo. As restrições (2) definem as relações de precedência entre as tarefas. As restrições (3) indicam que em um estágio com *k* estações paralelas, cada tarefa atribuída àquele estágio deve ser executada por pelo menos *k* trabalhadores. As restrições (4) indicam que um trabalhador só pode

executar uma tarefa em um estágio caso aquela tarefa tenha sido atribuída àquele estágio. As restrições (5) indicam que cada estágio possui exatamente um nível de paralelismo. As restrições (6) e (7) estabelecem que cada estágio possui um número de trabalhadores adequado para o número de estações em paralelo existentes e que cada trabalhador executa tarefas em apenas um estágio. As restrições (8) obrigam cada tarefa a ser executada em exatamente um estágio. As restrições (9) indicam que um trabalhador só pode executar tarefas em um estágio ao qual tenha sido alocado. As restrições (10) tratam das tarefas que alguns trabalhadores não podem executar.

A taxa de produção de um estágio s corresponde à soma das taxa de produção de cada trabalhador alocado àquele estágio, $\sum_{w \in W} t_{sw}$. Para efetuar o cálculo da taxa de produção de cada trabalhador em um estágio, note que caso o trabalhador w não é designado ao estágio s, sua taxa de produção neste estágio é 0. Caso contrário, a sua taxa de produção é dada pelo inverso do tempo gasto na execução das tarefas:

$$t_{sw} = \frac{1}{\sum_{i \in N} p_{wi} x_{swi}} \quad (16)$$

As restrições (11) - (15) tratam este cálculo de forma linear. Para entender seu funcionamento, note que a equação (16) é matematicamente equivalente a $\sum_{i \in N} p_{wi} t_{sw} x_{swi} = 1$. Definindo-se o conjunto de variáveis auxiliares v_{swi}, onde v_{swi} é igual a t_{sw} se a tarefa *i* é executada pelo trabalhador *w* no estágio *s* ou 0 caso contrário, temos que $v_{swi} = t_{sw}x_{swi}$ e a expressão (16) pode ser re-escrita como $\sum_{i \in N} p_{wi} v_{swi} = 1$. De fato, as restrições (11) expressam esta equação para cada possível par estágio × trabalhador selecionado enquanto as equações (12) forçam as variáveis v_{swi} em 0 sempre que a tarefa *i* não for executada pelo trabalhador w no estágio *s*. As restrições (13) relacionam a taxa de produção final T com as taxas nos estágios, definindo T como sendo a taxa de produção do estágio mais lento (excetuando-se os estágios não utilizados). Finalmente, as equações (14) relacionam as taxa de produção t_{sw} com as variáveis v_{swi}, linearizando a relação proposta $v_{swi} = t_{sw}x_{swi}$, enquanto as restrições (15) forçam a taxa t_{sw} em 0 caso o trabalhador *w* não esteja alocado ao estágio *s*.

4 TESTES COMPUTACIONAIS

Para testar o modelo, foram usadas as instâncias descritas por Chaves et al. [3], geradas a partir de problemas disponíveis em http://www.assembly-line-balancing.de/. Foram selecionados oito grupos de instâncias de duas famílias diferentes, Roszieg e Heskia, com 25 e 28 tarefas, respectivamente. Adicionalmente, para simular a existência de dois trabalhadores com deficiências semelhantes, utilizamos também instâncias modificadas em que o último trabalhador era substituído por cópia do segundo. Estas instâncias foram chamadas de Roszieg modificada e Heskia modificada.

As tabelas 1 e 2 mostram os resultados obtidos para as instâncias originais, enquanto que as tabelas 3 e 4 mostram os resultados para as instâncias modificadas. Para todas as instâncias, utilizamos como nível máximo de paralelismo o número de trabalhadores, isto é, fizemos $K_{Max} = |W|$. Os resultados foram obtidos utilizando o pacote comercial IBM ILOG CPLEX 12.1 em um processador Intel Core 2 Duo T5450, 1,66 GHz e 3 GB de RAM. A coluna P indica em quantas instâncias daquele grupo a solução ótima utiliza paralelismo enquanto que a coluna P+ indica em quantas instâncias a solução do modelo paralelo supera a solução do modelo serial.

Tabela 1: Resultados para a família Heskia

Grupo	*Ótimo Serial*	*Ótimo Paralelo*	*P**	*P+*	*Tempo de execução (s)*
1	102,3	102,3	1	0	113,19
2	122,6	122,6	1	0	82,65
3	172,5	172,5	0	0	204,68
4	171,2	171,2	0	0	173,31

Tabela 2: Resultados para a família Roszieg

Grupo	*Ótimo Serial*	*Ótimo Paralelo*	*P**	*P+*	*Tempo de execução (s)*
1	20,1	20,1	0	0	52,85
2	31,5	31,36	2	2	18,81
3	28,1	28,1	1	0	96,17
4	28	28	1	0	82,7

Tabela 3: Resultados para a família Heskia modificada

Grupo	*Ótimo Serial*	*Ótimo Paralelo*	*P**	*P+*	*Tempo de execução (s)*
1	128,4	128,05	6	1	103,96
2	142,5	141,8	4	2	38,53
3	206,4	206,35	1	1	144,4
4	192,1	191,95	2	2	321,75

Tabela 4: Resultados para a família Roszieg modificada

Grupo	*Ótimo Serial*	*Ótimo Paralelo*	*P**	*P+*	*Tempo de execução (s)*
1	23,2	23,05	5	2	41,86
2	39,1	39,1	2	0	5,74
3	30,3	30,1	5	3	45,74
4	30,1	29,75	3	2	26,3

Para a família Heskia apenas duas instâncias apresentaram uma solução ótima paralela com tempo de ciclo igual à solução ótima serial. Já para a família Roszieg em quatro instâncias a solução ótima utiliza paralelismo, sendo que duas destas apresentaram uma melhora no tempo de ciclo se comparadas com as respectivas soluções dos problemas seriais, com uma melhoria média de 3,25%.

Para as instâncias modificadas, a família Heskia obteve 14 soluções ótimas utilizando paralelismo, sendo que 5 destas apresentaram uma melhoria de 1,56% em média. Para a família Roszieg, 15 instâncias apresentaram solução ótima utilizando paralelismo, com 7 destas apresentando um tempo de ciclo em média 3,44% melhor. Os testes também mostraram que os dois trabalhadores idênticos (isto é, o segundo e o último de cada instância) tendiam a ficar no mesmo estágio nas soluções ótimas que utilizavam paralelismo. Este fato parece razoável, uma vez que a grande dificuldade do problema tratado é o fato de dois trabalhadores em paralelo terem que executar tarefas para as quais possam ter tempos de execução e incompatibilidades tão diferentes. No caso com trabalhadores com características similares, esta dificuldade não ocorre.

Para problemas maiores, o tempo de execução cresce muito rapidamente. Em problemas com 6 trabalhadores o solver obtinha gaps muito grandes mesmo após 1h de execução, falhando até mesmo em obter soluções factíveis em alguns dos casos.

Uma breve análise dos resultados nos leva a concluir que a introdução de paralelismo permitiu a obtenção de resultados melhores em algumas instâncias, em particular na presença de trabalhadores com características semelhantes. é importante notar que, devido à complexidade do modelo, apenas instâncias pequenas foram resolvidas. Os resultados obtidos nestas instâncias incentivam a continuação deste estudo em problemas maiores, possivelmente com o auxílio de métodos heurísticos.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, apresentamos um modelo para o ALWABP que permite o uso de estações paralelas. Um modelo linear foi desenvolvido e testado em instâncias de pequeno porte. Os resultados indicaram que a introdução de trabalhadores em paralelo pode ser benéfica, mesmo em situações onde os trabalhadores são completamente distintos uns dos outros, como no caso estudado. Estes resultados são particularmente interessantes em CTD's, pois permitem o emprego de trabalhadores relativamente bem mais lentos sem penalizar de maneira excessiva a taxa de produção da linha (como seria o caso em configurações seriais). Tais resultados incentivam a continuação desta linha de pesquisa, focando-se possivelmente em métodos heurísticos que permitam a resolução de instâncias maiores, uma vez que é justamente nestas instâncias onde espera-se obter os maiores ganhos devido a flexibilização de layout proposta.

6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, financiadores desta pesquisa através dos processos FAPESP 2009/02894-3, FAPESP 2009/07812-5 e CNPq 561672/2008-3.

7 REFERÊNCIAS

[1] Retratos da deficiência no brasil, 2003. Disponível em: http://www.fgv.br/cps/deficiencia_br/PDF/PPD_Sumario_Executivo.pdf, acesso em 26 de janeiro de 2010.

[2] Miralles, C., Garcia-Sabater, J. P., Andrés, C., Cardos, M. Advantages of assembly lines in sheltered work centres for disabled, International Journal of Production Economics, 2007, 110, 187–197.

[3] Chaves, A. A., Miralles, C., Lorena, L. A. N., Clustering search approach for the assembly line worker assignment and balancing problem,

International Conference on Computers and Industrial Engineering, 2007, 37.

[4] Moreira, M. C. O., Costa, A. M., A minimalist yet efficient tabu search algorithm for balancing assembly lines with disabled workers, 2009.

[5] Costa, A. M., Miralles, C., Job rotation in assembly lines employing disabled workers, International Journal of Production Economics, 2009, 120, 625–632.

[6] Süer, G. A., Designing parallel assembly lines, Computers & industrial engineering, 1998, 35, 467–470.

[7] Bukchin, J., Rubinovitz, J., A weightened approach for assembly line design with station paralleling and equipment selection, IIE Transactions, 2003, 35, 73–85.

[8] Boysen, N., Fliedner, M., A versatile algorithm for assembly line balancing, European Journal of Operational Research, 2006, 184, 39–56.

[9] Becker C., Scholl A., Balancing assembly lines with parallel worplaces: Problem definition and effective solution procedure, European Journal of Operational Research, 2009, 199, 359–374.

[10] Tiacci, L., Saetta, S., Process-oriented simulation for mixed-model assembly lines, 2007.

[11] Ege, Y., Azizoglu, M., Ozdemirel, N. E., Assembly line balancing with station paralleling, Computers & Industrial Engineering, 2009, 57, 1218–1225.

[12] McMullen, P. R., Frazier, G. V., A heuristic for solving mixed-model line balancing problems with stochastic task durations and parallel stations, International Journal of Production Economics, 1997, 51, 177–190.

[13] Simaria, A. S., Vilarinho, P. M., A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type II, Computers & Industrial Engineering, 2004, 47, 391–407.